Лекция 1. Кинематика движения

1.1. Кинематические характеристики

Кинематика описывает/характеризует механическое *состояние* тела посредством:

$\vec{r}(x,y,z) = x\cdot\vec{e}_x + y\cdot\vec{e}_y + z\cdot\vec{e}_z$ – радиус-вектор частицы,

$\vec{v} = \frac{d}{dt}\vec{r} = \frac{d}{dt}x\cdot\vec{e}_x + \frac{d}{dt}y\cdot\vec{e}_y + \frac{d}{dt}z\cdot\vec{e}_z$ – скорость частиц,

$\vec{a} = \frac{d^2}{dt^2}\vec{r} = \frac{d^2}{dt^2}x\cdot\vec{e}_x + \frac{d^2}{dt^2}y\cdot\vec{e}_y + \frac{d^2}{dt^2}z\cdot\vec{e}_z$ – ускорение частицы

Касательная и нормальная компоненты $\vec{a}$ по отношению к траектории с радиусом кривизны ρ: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \frac{d}{dt}v\cdot\vec{e}_\tau + \frac{v^2}{\rho}\cdot\vec{e}_n$.

Основной вопрос кинематики: закон движения $\vec{r}(t)$.

Обратные задачи: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \int \vec{a}\,dt$, $\vec{r} = \vec{r}_0 + \int \vec{v}\,dt$. .

1.2. Кинематика вращения твёрдого тела. Связь линейных и угловых кинематических величин

Пусть $d\vec{\phi}$ – вектор малого поворота тела на угол $d\phi$ вокруг мгновенно неподвижной оси в направлении вращения правого винта, чьё поступательное перемещение задаёт направление вектора $d\vec{\phi}$.
Тогда, на расстоянии $\rho = \sin\theta\ d\phi$ от оси вращения:

угловая скорость – $\vec{\omega} = \frac{d}{dt}\vec{\phi}$,

угловое ускорение – $\vec{\beta} = \frac{d}{dt}\vec{\omega}$,

перемещение – $|d\vec{r}| = r\sin\theta\ d\phi$, $d\vec{r} = [d\vec{\phi}, \vec{r}]$,

скорость линейная – $\vec{v} = \frac{d}{dt}\vec{r} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$, $v=\omega\rho$,

ускорение линейное – $\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{v} = [\vec{\beta}, \vec{r}] + [\vec{\omega}, [\vec{\omega}, \vec{r}]] = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$,

где $a_\tau = \beta\rho$, $a_n = \omega^2\rho$.

1.3. Преобразования Галилея. Свойства пространства и времени

Пусть система отсчёта К' движется с постоянной скоростью $\vec{V}$ относительно системы К. Тогда:

$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t$,
$t = t'$,
$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$,
$\vec{a} = \vec{a}'$.

Эти преобразования вытекают из абсолютности пространства и времени, т.е. независимости пространственных и временных интервалов от движения – концепция механики Ньютона: когда $V << c$, где c – скорость света.

1.4. Релятивистская кинематика

Механический закон Галилея сложения скоростей не абсолютен: опыт Майкельсона-Морли – **скорость света не зависит от движения системы отсчёта**. Следствия:

1. Поперечные к $\vec{V}$ масштабы в системах К и К': $\Delta y = \Delta y'$, иначе одна из систем была бы выделенной.
2. Интервал Δt движущихся часов больше, чем Δt_0 (собственное время) неподвижных: $\Delta t = \gamma\Delta t_0$, – замедление движущихся часов, где $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ – фактор Лоренца, $\beta = V/c$. Это следует из прохождения светом поперечного масштаба $\Delta y = \Delta y'$ за $\Delta t_0 = \Delta y'/c$ и Δt: $\Delta y^2 + (V\Delta t)^2 = (c\Delta t)^2$, – в К' и К.
3. Движущийся продольный к $\vec{V}$ масштаб сокращается: $\Delta x = \Delta x_0/\gamma$, т.к. неподвижная в К' линейка длины Δx_0 (собственная длина), минует неподвижные в К часы за $\Delta t_0 = \Delta x/V$, а в К' за $\Delta t = \gamma\Delta t_0 = \Delta x_0/V$.
4. Следовательно, если $(\Delta x_0, \Delta y')$ это координаты (x',y') события в К', то $x-Vt = x'/\gamma$ в К, а из **равноправности К и К'** $x'+Vt' = x/\gamma$. Отсюда, преобразования Лоренца между координатами этого события в К и К': $x' = \gamma(x-Vt)$, $y' = y$, $t' = \gamma(t-xV/c^2)$, или в более симметричной форме $x' = \gamma(x-\beta\tau)$, $y' = y$, $\tau' = \gamma(\tau-\beta x)$, где $\tau = ct$ – *временная координата*, – следовательно свойства пространства и времени относительны и механика Ньютона является приближением более общей релятивистской механики в случае $V<<c$, или c = inf, тогда преобразования Лоренца *переходят* в преобразования Галилея.

к.физ.-мат.н. А. Панфёров, ТГУ, 2013