

# Лекция 7. Электрическое поле и ток

## 7.1. Теорема Остроградского-Гаусса

Электрическое поле осуществляет взаимодействие между эл. зарядами, напр.  $Q$  и  $q$  на расстоянии  $r$ , с силой, по закону Кулона,  $F = kQq/r^2$ , где  $k$  – константа.

Напряжённость поля  $E = F/q$  удовлетворяет теореме Остроградского-Гаусса: поток векторного поля

$$\Phi = \int \vec{E} d\vec{S} \text{ через замкнутую поверхность } \Sigma,$$

охватывающую заряд(ы)  $Q$ , равен  $4\pi kQ$ , или

$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi k\rho$ , где  $\rho$  – плотность заряда внутри  $\Sigma$ . Это интерпретируется как: источниками и стоками силовых линий поля являются заряды.

Поле нескольких зарядов определяется по

$$\text{принципу суперпозиции: } \vec{E} = \sum \vec{E}_i.$$

## 7.2. Электрический диполь

Дипольный момент системы зарядов  $q$  и  $-q$  –  $\vec{p} = q\vec{r}_d$ . Во внешнем поле  $\vec{E}_0$  молекулы диэлектриков поляризуются, что индуцирует поле  $\vec{E}_i$ . Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  характеризует ослабление поля  $\vec{E}_0 + \vec{E}_i$  в диэлектрике.

## 7.3. Вихрь электрического поля

Работа электрического поля по перемещению заряда  $q$

$$\text{между точками 1 и 2, } A = \int_{r_1}^{r_2} q \vec{E} dr = -q \left( \frac{kQ}{r_2} - \frac{kQ}{r_1} \right), \text{ не}$$

зависит от пути – поле потенциально. Или  $A = -\Delta U$ , где  $U = kqQ/r$  – потенциальная энергия заряда  $q$  в поле заряда  $Q$ .  $\Rightarrow$  Циркуляция поля по замкнутой траектории

$$\int \vec{E} dr = 0, \text{ или } \text{вихрь rot } \vec{E} = 0 – \text{ поле безвихревое,}$$

силовые линии не замкнуты и порождаются зарядами.

Для  $q = 1$ ,  $\delta A_1 = \vec{E} dr = -d\phi$ , где  $\phi = U/q = kQ/r$  – потенциал поля. Т.к. вдоль любого направления, напр.  $x$ ,  $E_x = -\partial\phi/\partial x$ , то  $\vec{E} = -\operatorname{grad} \phi = -\nabla\phi$ .

## 7.4. Конденсатор

Конденсатор – система двух проводников разделённых диэлектриком, или "ёмкость" для хранения заряда  $q$ . Его электрическая ёмкость:  $C = q/V$ , где  $V = \phi_+ - \phi_-$  – разность потенциалов проводников, или напряжение. Плоский конденсатор с площадью одной из обкладок  $S$ , расстоянием между ними  $d$  и диэлектрической проницаемостью диэлектрика между обкладками  $\epsilon$  имеет  $C = \epsilon\epsilon_0 S/d$ .

## 7.5. Энергия электрического поля

Энергия системы зарядов:  $U = \sum q_i \phi_i / 2$  и  $q\phi/2$  для проводника.

Энергия конденсатора:  $U = q(\phi_+ - \phi_-)/2 = CV^2/2 = \epsilon\epsilon_0 E^2 S d / 2$ .

$\Rightarrow$  Плотность энергии электрического поля:  $w = \epsilon\epsilon_0 E^2 / 2$ .

## 7.6. Закон Ома

Сила тока через площадь  $S$ :  $I = \frac{d}{dt} q$  – заряд, текущий за

1 сек через  $S$ . "+" направление тока – по движению "+" заряда. Плотность тока  $j_c = dl/dS_n$ ,  $j_c = \rho_+ v_+ + \rho_- v_-$

определяется плотностью и скоростью зарядов.

Закон Ома  $I = U/R$  или  $j_c = E/\rho_R$ :  $I$  пропорциональна  $U$ , где

коэффициент  $R = \rho_R l/S_n$  – электрическое сопротивление проводника длины  $l$ , поперечного сечения  $S_n$  и удельного сопротивления  $\rho_R$ .

$$\text{В цепи с источником тока с ЭДС } \epsilon = \int_{12}^2 \vec{E}_{ct} d\vec{l}_c \text{ где } \vec{E}_{ct} =$$

поле сторонних сил:  $IR = \phi_1 - \phi_2 + \epsilon_{12}$  или  $j_c = (E + E_{ct}) / \rho_R$ .

## 7.7. Закон Джоуля-Ленца

Работа эл. поля  $\delta A = dq (\phi_1 - \phi_2) \Rightarrow$  в тепло  $\delta Q$  с темпом

$Q' = I^2 R = RI^2$  или удельной мощностью  $Q'_{ud} = \rho_R j_c^2$ .